

Probabilités.

Partiel du 17.11.2023

Consigne : La présentation, la clarté et la qualité de vos raisonnements tiendront une part importante dans la notation. Calculatrices autorisées, une feuille A4 de notes de cours autorisée.

Exercice 1. (Questions "courtes" et indépendantes)

1. Pour accéder à un service sur Internet, vous devez taper un mot de passe de 4 lettres choisies dans l'alphabet latin majuscule (26 caractères).
 - (a) Combien de mots de passe de 4 lettres peut-on créer ?
 - (b) Combien de mots de passe de 4 lettres distinctes peut-on créer ?
2. Dans un lot de vingt pièces fabriquées, on en prélève simultanément quatre. Combien de prélèvements différents peut-on ainsi obtenir ?
3. On reprend le lot précédent des vingt pièces et on suppose maintenant que sur les vingt pièces, quatre sont défectueuses. On en prélève encore quatre. Combien y a t'il de prélèvement où
 - (a) les quatres pièces sont bonnes ?
 - (b) au moins une pièce est mauvaise ?
 - (c) une seule est mauvaise ?
 - (d) deux au moins sont mauvaises ?
 - (e) Calculer la probabilité qu'une seule pièce soit mauvaise dans le lot.
4. (a) Combien de mots à 8 lettres peut on former en utilisant 3 fois la lettre P et 5 fois la lettre F ?
 - (b) En déduire la probabilité d'obtenir, sur 8 lancers d'une pièce équilibrée, 3 piles et 5 faces.
5. (a) Soient A et B deux événements indépendants tels que $\mathbb{P}(A) = 0,8$ et $\mathbb{P}(B) = 0,75$. Calculer $\mathbb{P}(A \cup B)$.
 - (b) *Application* : Dans une entreprise de ventes, un client se présente. Deux commerciaux (*au comportement indépendant*) tentent simultanément de lui vendre un article. La probabilité que le premier réalise la vente est $\frac{4}{5}$ et celle du second est $\frac{3}{4}$. Quelle est la probabilité que la vente se réalise ?
6. Un livreur rencontre 3 feux sur un trajet. Soit X la v.a égale au nombre de feux rouges rencontrés. Pour $i = 1..3$, on pose F_i , l'événement :

$$F_i = \{\text{le feu numéro } i \text{ est vert}\}.$$

Ecrire les événements $\{X = 0\}$ et $\{X = 2\}$ à l'aide des F_i .

7. Dans l'entreprise Fillegrande, 40% des filles et 15% des garçons mesurent plus de 1,80m. De plus, 60% des employés sont des filles. Sachant qu'un employé, choisi au hasard, mesure plus de 1,80m, quelle est la probabilité qu'il soit une fille ?

Exercice 2.

Une entreprise fabrique des objets qui peuvent présenter 2 types de défaut. L'un est un défaut du circuit électrique et l'autre de nature mécanique. Les contrôles de qualité réalisés sur des échantillons ont permis d'établir que :

- 90% des objets sont sans défauts,
- 8% présente le défaut mécanique,
- 7% présente le défaut électrique.

On choisit au hasard un objet dans la production et on définit les événements suivants :

$$M = \{\text{l'objet présente le défaut mécanique}\}$$

$$E = \{\text{l'objet présente le défaut électrique}\}$$

1. Traduire les données de l'énoncé en terme de probabilités et en utilisant les événements M et E .
2. Calculer rigoureusement la probabilité qu'un objet ait le défaut mécanique et le défaut électrique. [On citera la propriété utilisée et on trouvera 0,05]
3. Calculer la probabilité qu'un objet ait le défaut mécanique sans le défaut électrique.
4. Le coût de fabrication d'un objet est 600 euros. La garantie permet de faire les réparations des défauts aux frais du fabricant, selon les tarifs suivants :
 - 100 euros pour le seul défaut M ,
 - 130 euros pour le seul défaut E ,
 - 210 euros pour réparer les deux défauts M et E .

On note X la v.a qui, à chaque objet choisi au hasard dans la production, associe son prix de revient (coût de fabrication + frais éventuels de réparation)

- (a) Quelles sont les valeurs possibles de X ?
- (b) Donner la loi de la variable aléatoire X .
- (c) Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $Var(X)$.
- (d) Définir et tracer brièvement la fonction de répartition F de X .
- (e) On suppose que tous les objets fabriqués sont vendus. Si le fabricant veut réaliser un bénéfice moyen de 85 euros par objet, quel doit être le prix de vente ?

